Problemă propusă pentru clasa a VII-a

Determinaţi o proporţie în care suma extremilor este 23 , suma mezilor este 17 şi suma pătratelor tuturor termenilor este 578.

Marin Simion ,prof., Rm. Sărat

Soluţie

Fie $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ proporţia ; conform enunţului avem : a + d = 23 , b + c = 17 şi $a^2+b^2+c^2+d^2=578$. (2P) Conform proprietăţii fundamentale a proporţiei avem ad = bc . $a^2+b^2+2ad-2ad+b^2+c^2+2bc-2bc=578$; (1P) dar a + d = 23 şi b + c = 17.Rezultă $23^2-2ad+17^2-2bc=578 \Leftrightarrow 529+289-2ad-2bc=578 \Leftrightarrow 818-4ad=578$ căci ad = bc $\Rightarrow ad=bc=(818-578):4=240:4=60$. (2P) Deoarece a +d = 23 şi ad = 60 rezultă că $a^2+d^2+2ad=529 \Leftrightarrow a^2+d^2+2\cdot 60=529$. Obţinem $a^2+d^2=409 \Rightarrow a^2+d^2-2ad=289 \Leftrightarrow (a-d)^2=17^2 \Rightarrow |a-d|=17$; dar a + d = 23 de unde rezultă că a = 20 iar d = 3 sau a = 3 şi d = 20. (1P) Analog se poate obţine că b = 5 şi c = 12 sau invers : b = 12 şi c = 5 .O proporţie are forma : $\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$. (1P)